

Отзыв официального оппонента на диссертацию Звягина А.В.

“Исследование математических моделей движения растворов полимеров с субстациональной и объективной производными”, представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальной управление.

Диссертационная работа Звягина А.В. «Исследование математических моделей движения растворов полимеров с субстациональной и объективной производными» посвящена исследованию краевых задач для математических моделей, описывающих движение одного класса неньютоновских жидкостей, а именно, движение растворов полимеров. Данный класс задач возникает при рассмотрении системы уравнений движения однородной несжимаемой жидкости с реологическим соотношением, характерным для вязкоупругих жидкостей. Изучаемая система обобщает довольно большое число известных математических моделей движения жидкости (например, жидкости Фойгта, жидкости Кельвина-Фойгта и другие). Исследованию математических проблем моделей движения таких сред посвящены работы большого числа известных математиков: J.-L. Lions, G.P. Galdi, E.S. Titi, J. Malek, О.А. Ладыженской, А.П. Осколкова, П.Е. Соболевского и других. Заметим, что в реологическом соотношении (0.5) содержится производная по времени тензора скоростей деформации. Реологические соотношения определяются разными методами, но ни один из них не указывает какую производную (частную, полную, объективную или какую-то специальную) целесообразно использовать при описании реальных процессов. Данная диссертационная работа, в основном, посвящена исследованию математических моделей, реологические соотношения которых удовлетворяют принципу объективности. То есть данные соотношения не меняются при галилеевой замене переменных. Это связано с использованием объективной производной в реологическом соотношении (0.5). В последние годы под влиянием идей рациональной механики стали использовать именно такие реологические соотношения, предполагая, что они более адекватно описывают рассматриваемые физические явления. Следует отметить, что получаемые в результате математические модели особенно сложны для изучения в связи с возникающими при их исследовании теоретическими трудностями. Таким образом, тема диссертации, безусловно, актуальна.

Диссертация объемом 139 страниц состоит из списка обозначений, введения, трех глав и списка литературы, содержащего 39 источников. Первая глава посвящена исследованию стационарных математических

моделей движения слабо концентрированных водных растворов полимеров с полной и объективной производными в реологическом соотношении. Для каждой из рассматриваемых моделей доказано существование слабого решения краевой задачи, как в ограниченной, так и в неограниченной области двумерного или трехмерного пространства. Также для каждой из рассматриваемых краевых задач исследуется задача оптимального управления с обратной связью и доказывается существование оптимального решения, дающего минимум заданному ограниченному, полунепрерывному снизу функционалу качества. Во второй главе доказано существование слабого решения начально-краевой задачи для нестационарной математической модели движения растворов полимеров с реологическим соотношением, удовлетворяющим принципу объективности. Также во второй главе доказывается существование слабого решения задачи оптимального управления с обратной связью для рассмотренной начально-краевой задачи, дающего минимум заданному ограниченному, полунепрерывному снизу функционалу качества. В третьей главе диссертации исследуется существование аттракторов решений автономной эволюционной системы для математической модели движения растворов полимеров с реологическим соотношением, удовлетворяющим принципу объективности. Устанавливается существование минимального траекторного и глобального аттракторов для рассматриваемой модели.

Основным методом, используемым в диссертации является аппроксимационно-топологический подход к исследованию изучаемых математических моделей гидродинамики. Он основан на введении семейства аппроксимационных задач, исследовании их разрешимости в более гладких пространствах (для этого используется теория топологической степени вполне-непрерывных векторных полей) и последующем предельном переходе с целью доказательства разрешимости исходной задачи.

В работе имеются следующие недостатки. В определениях 1.2.1, 1.4.1 и 2.2.1 следует опустить слова «оптимального управления», поскольку функционал качества Φ еще не введен. Вместе с тем, в соответствующих параграфах диссертации доказывается существование решения задачи оптимального управления. Также в качестве замечания следует отметить, что в работе не обсуждается соотношение используемого в ней метода введения аппроксимаций и метода малого параметра в теории регулярно и сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. Указанные недостатки не снижают общего высоко уровня, полученных в работе научных результатов.

Все результаты диссертации являются новыми и обоснованными. Практическая значимость полученных результатов определяется возможностью их использования для исследования математических моделей некоторых задач гидродинамики.

Основные результаты своевременно опубликованы в 10 работах, причем девять из них являются публикациями в журналах из перечня научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертация «Исследование математических моделей движения растворов полимеров с субстациональной и объективной производными», удовлетворяет всем требованиям пункта 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Звягин Андрей Викторович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Доктор физико-математических
наук, профессор,
заведующий кафедрой математической физики,
факультета вычислительной математики и
кибернетики Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова

А.М. Денисов

24.11.2014

119991, Москва, Ленинские горы,
владение 1, корпус 52.
телефон 8 495 9392402

Подпись профессора А.М.Денисова
заверяю

Декан факультета ВМК МГУ
академик РАН



Е.И.Моисеев